

ա) եթե $f_1(\tilde{x})$ -ը և $f_2(\tilde{x})$ -ը չունեն ընդհանուր արգումենտներ, ապա $\|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\| = \|f_1(\tilde{x})\|\|f_2(\tilde{x})\|$:

$$\text{բ) } \|f_1(\tilde{x})\nu f_2(\tilde{x})\| = \|f_1(\tilde{x})\| + \|f_2(\tilde{x})\| - \|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\|;$$

$$\text{գ) } \|f_1(\tilde{x}) \oplus f_2(\tilde{x})\| = \|f_1(\tilde{x})\| + \|f_2(\tilde{x})\| - 2\|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\|:$$

Ապացույց: ա) Դիցուք $f_1(\tilde{x}) = g_1(x_1, \dots, x_m)$,

$f_2(\tilde{x}) = g_2(x_{m+1}, \dots, x_n)$: Այդ դեպքում

$$\|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\| = \|g_1(x_1, \dots, x_m)g_2(x_{m+1}, \dots, x_n)\| =$$

$$2^{-n} \sum_{(\alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) \in E^n} g_1(\alpha_1, \dots, \alpha_m) g_2(\alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) =$$

$$2^{-n} \sum_{(\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in E^m} \sum_{(\alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) \in E^{n-m}} g_1(\alpha_1, \dots, \alpha_m) g_2(\alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) =$$

$$2^{-m} \sum_{(\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in E^m} g_1(\alpha_1, \dots, \alpha_m) 2^{n-m} \sum_{(\alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) \in E^{n-m}} g_2(\alpha_{m+1}, \dots, \alpha_n) =$$

$$= \|g_1(x_1, \dots, x_m)\| \|g_2(x_{m+1}, \dots, x_n)\| = \|f_1(\tilde{x})\| \|f_2(\tilde{x})\|:$$

բ և գ հատկությունների ապացույցները հետևում են համապատասխանաբար $\alpha\beta = \alpha + \beta - \alpha\beta$ և

$\alpha \oplus \beta = \alpha + \beta - 2\alpha\beta$ նույնություններից:

Սահմանում 1.19: $f(\tilde{x}) = f(x_1, \dots, x_{i_1}, \dots, x_{i_k}, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի արգումենտների $x_{i_1}, \dots, x_{i_k}$ համախմբի ակտիվություն կոչվում է հետևյալ թիվը.

$$\omega_{i_1, \dots, i_k}^{f(\tilde{x})} = \|f(x_1, \dots, x_{i_1}, \dots, x_{i_k}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_n)\|:$$

Դիտողություն: Բուլյան ֆունկցիայի արգումենտների համախմբի ակտիվությանը կարելի է տալ հավանականային իմաստ, այն է՝ $\omega_{i_1, \dots, i_k}^{f(\tilde{x})}$ -ը հավանականությունն է այն բանի, որ $x_{i_1}, \dots, x_{i_k}$ արգումենտների արժեքները միաժամանակ համապատասխանաբար $\bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}$ -երով փոխարինելով ֆունկցիայի արժեքը կփոխվի, պայմանով, որ ցանկացած $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ հավաքի հանդես գալու հավանականությունը

հավասար լինի $p(\tilde{\alpha}) = 2^{-n}$: Ընդհանուր դեպքում, երբ $p(\tilde{\alpha})$ – ը կամայական է $(\sum_{\tilde{\alpha} \in E^n} p(\tilde{\alpha}) = 1)$, անհրաժեշտ է ընդունել

$$\|f(\tilde{x})\| = \sum_{\tilde{\alpha} \in E^n} p(\tilde{\alpha}) f(\tilde{\alpha}) :$$

Հետագա շարադրանքում, սակայն, հատուկ առարկության բացակայության դեպքում, մենք կհամարենք, որ $p(\tilde{\alpha}) = 2^{-n}$:

Նշենք ակտիվությունների մի շարք, երբեմն ակնհայտ հատկություններ, որոնց օգտագործումը հաճախ կհեշտացնի դրանց հաշվումը: Կարծության համար կատարենք $J = (x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ նշանակումը:

1ա. Արգումենտների ցանկացած $J = (x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ համախմբի համար $0 \leq \omega_i^{f(\tilde{x})} \leq 1$:

2ա. Որպեսզի $f(\tilde{x})$ – ը x_i արգումենտից կախված լինի ո՛չ էապես, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\omega_i^{f(\tilde{x})} = 0$:

3ա. $\omega_i^{f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)} = 1$ և

$$f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = x_i \oplus f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

պնդումներն իրար համարժեք են:

Ապացույցը անմիջականորեն հետևում է

$$f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = x_i (f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

$$\oplus f(x_1, \dots, x_{i-1}, \bar{x}_i, x_{i+1}, \dots, x_n)) \oplus f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

հավասարությունից, որի հավաստիությունը ստուգվում է հավասարության աջ և ձախ մասերում x_i -ին 0 և 1 արժեքներ վերագրելով և նկատի ունենալով, որ

$$f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, x_{i-1}, \bar{x}_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = 1 :$$

Այս հատկությունից, մասնավորաբար, հետևում է, որ որպեսզի իր արգումենտներից էապես կախված ֆունկցիան լինի գծային, անհրաժեշտ է և բավարար, որ նրա բոլոր արգումենտների ակտիվությունները հավասար լինեն 1-ի:

4ա. Արգումենտների ցանկացած J համախմբի և 0-ների ու 1-երի ցանկացած $(\sigma, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$ հավաքի համար տեղի ունի

հետևյալ հավասարությունը. $\omega_J^{f^\sigma(x_1^{\sigma_1}, \dots, x_n^{\sigma_n})} = \omega_J^{f(x_1, \dots, x_n)}$:

Ապացույցը հետևում է 3ն հատկությունից և $\bar{\alpha} \oplus \bar{\beta} = \alpha \oplus \beta$ նույնությունից:

Վերջին հատկությունը թույլ է տալիս բուլյան ֆունկցիաները դասակարգել ըստ արգումենտների բոլոր համախմբերի ակտիվությունների հավասարության: Օրինակ, $x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$ և $x_1 x_2 \dots x_n$ ֆունկցիաները կընկնեն միևնույն դասի մեջ, քանի որ $x_1 x_2 \dots x_n = \overline{x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n}$:

5ա. $\phi = \phi(x_1, \dots, x_m)$ և $\varphi = \varphi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ ֆունկցիաների համար եթե $J = \{i_1, \dots, i_k\} \in \{1, 2, \dots, m\}$ ապա՝

1. $\omega_J^{\phi \oplus \varphi} = \omega_J^\phi$,
2. $\omega_J^{\phi \varphi} = \|\phi\| \cdot \omega_J^\varphi$,
3. $\omega_J^{\phi \bar{\varphi}} = \|\bar{\varphi}\| \cdot \omega_J^\phi$:

Ապացույց: 1.

$$\omega_J^{\phi \oplus \varphi} = \|\phi \oplus \varphi \oplus \phi(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_m) \oplus \varphi\| =$$

$$\|\phi \oplus \phi(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_m)\| = \omega_J^\phi :$$

2. 4ն-ից հետևում է .

$$\omega_J^{\phi \varphi} = \|\phi \varphi \oplus \phi(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_m) \varphi\| =$$

$$\|\phi\| \cdot \|\phi \oplus \phi(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_m)\| = \|\phi\| \cdot \omega_J^\varphi :$$

3. 4ա-ից և 2-ից հետևում է.

$$\omega_J^{\phi \bar{\varphi}} = \omega_J^{\bar{\phi \varphi}} = \omega_J^{\bar{\varphi}} = \|\bar{\varphi}\| \cdot \omega_J^\phi = \|\bar{\varphi}\| \cdot \omega_J^\phi :$$

6ա. Որպեսզի $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան լինի ինքնաերկակի, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\omega_{1,2,\dots,n}^f = 1$:

Ապացույցն անմիջականորեն հետևում է ֆունկցիայի ինքնաներկայիչության և արգումենտների ակտիվության սահմանումներից:

7ա. Եթե ինդեքսների որևէ J համախմբի համար

$$\omega_J^{f(\tilde{x})} = 1, \text{ ապա } \|f(\tilde{x})\| = 1/2:$$

Ապացույցը հետևում է նրանից, որ կամայական $(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_n)$ հավաքին փոխ-միարժեքորեն

համապատասխանում է $(\alpha_1, \dots, \bar{\alpha}_i, \dots, \bar{\alpha}_k, \dots, \alpha_n)$ հավաքը, որոնց համար $f(\alpha_1, \dots, \bar{\alpha}_i, \dots, \bar{\alpha}_k, \dots, \alpha_n) \neq f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_n)$:

Սահմանում 1.20: $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է ընդհանրացված մոնոտոն, եթե գոյություն ունի այնպիսի $g(x_1, \dots, x_n)$ մոնոտոն ֆունկցիա և $(\sigma, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$ հավաք, որ

$$f(x_1, \dots, x_n) = g^\sigma(x_1^{\sigma_1}, \dots, x_n^{\sigma_n}):$$

8ա. Թեորեմ 1.16: Եթե $f(\tilde{x}) = f(x_1, \dots, x_n)$ -ը

ընդհանրացված մոնոտոն ֆունկցիա է, և ինդեքսների

$J = (i_1, \dots, i_k)$ համախմբի համար $(\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, 2, \dots, n\})$ տեղի

ունի $\omega_J^{f(\tilde{x})} = 0$ հավասարությունը, ապա $\omega_{i_1}^{f(\tilde{x})} = \dots = \omega_{i_k}^{f(\tilde{x})} = 0$:

Ապացույց: Բանի որ ամեն մի մոնոտոն ֆունկցիա նաև ընդհանրացված մոնոտոն ֆունկցիա է, ապա 4ա-ից հետևում է, որ բավական է թեորեմը ապացուցել մոնոտոն ֆունկցիաների համար: Դիցուք $f(\tilde{x})$ մոնոտոն ֆունկցիայի համար $\omega_J^{f(\tilde{x})} = 0$,

բայց ինչ որ i_j - ի համար $(1 \leq j \leq k)$ $\omega_{i_j}^{f(\tilde{x})} \neq 0$: Դա նշանակում է,

որ $f(\tilde{x})$ -ը x_{i_j} -ից կախված է էապես: Բայց, ինչպես հայտնի է

(թեորեմ 1.11), մոնոտոն ֆունկցիայի կրճ.ՂՆՁ-ն ժխտումներով

փոփոխականներ չի պարունակում: Հետևաբար, $f(\tilde{x})$ -ի

կրճ.ՂՆՁ-ում x_{i_j} -ն մտնում է առանց ժխտումների: Եթե այդ

կրճ.ՂՆՁ-ում $x_{i_1}, \dots, x_{i_k}$ փոփոխականները փոխարինենք իրենց

ժխտումներով, ապա ակնհայտ է, որ կստացվի

$f(x_1, \dots, \bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_k}, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի կրճ.ՂՆՁ-ն, որը

կաարունակի x_i -ի ժխտումը, հետևաբար մոնոտոն չի լինի և չի համընկնի $f(\tilde{x})$ մոնոտոն ֆունկցիայի հետ: Այստեղից կհետևի, որ $\omega_j^{f(\tilde{x})} \neq 0$:

9ա. Որպեսզի $f(\tilde{x})$ ֆունկցիան լինի մոնոտոն, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\omega_i^{f(\tilde{x})} = \|f_1^i(\tilde{x}) - f_0^i(\tilde{x})\|$, $i = \overline{1, n}$, որտեղ

$$f_\sigma^i(\tilde{x}) = f(x_1, \dots, x_{i-1}, \sigma, x_{i+1}, \dots, x_n), \quad \sigma = 0, 1:$$

Ապացույց: Չեշտ է նկատել, որ $f(\tilde{x})$ -ի մոնոտոնության համար անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենա $f_1^i(\tilde{x})f_0^i(\tilde{x}) = f_0^i(\tilde{x})$, $i = \overline{1, n}$: Չետևաբար, $f(\tilde{x})$ -ի մոնոտոնության համար անհրաժեշտ է և բավարար, որ

$$\omega_i^{f(\tilde{x})} = \|f_1^i(\tilde{x}) \oplus f_0^i(\tilde{x})\| =$$

$$\|f_1^i(\tilde{x})\| + \|f_0^i(\tilde{x})\| - 2\|f_1^i(\tilde{x})f_0^i(\tilde{x})\| = \|f_1^i(\tilde{x})\| - \|f_0^i(\tilde{x})\|, \quad i = \overline{1, n}:$$

Վերջին հատկությունից անմիջապես հետևում է, որ որպեսզի $f(\tilde{x})$ -ը լինի ընդհանրացված մոնոտոն, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\omega_i^{f(\tilde{x})} = \|f_1^i(\tilde{x})\| - \|f_0^i(\tilde{x})\|$, $i = \overline{1, n}$:

Սահմանում 1.21: Թվերի կարգավորված $(\omega_1, \dots, \omega_n)$ հավաքը կոչվում է թույլատրելի, եթե գոյություն ունի $f(\tilde{x})$ բուլյան ֆունկցիա, որի համար $\omega_i^{f(\tilde{x})} = \omega_i$, $i = \overline{1, n}$: Այդ դեպքում ասում են, որ $(\omega_1, \dots, \omega_n)$ հավաքին համապատասխանում է $f(\tilde{x})$ ֆունկցիան:

Ստորև կբերվեն հավաքների թույլատրելիության բավարար պայմաններ:

10ա. Եթե $(\omega_1, \dots, \omega_n)$ հավաքը թույլատրելի է, ապա նրա կոորդինատների տեղափոխությունից առաջացած $(\omega_{i_1}, \dots, \omega_{i_n})$ հավաքը նույնպես թույլատրելի է:

Պնդման իրավացիությունը հետևում է նրանից, որ եթե $(\omega_1, \dots, \omega_n)$ հավաքին համապատասխանում է $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան, ապա $(\omega_{i_1}, \dots, \omega_{i_n})$ հավաքին կհամապատասխանի

$f(x_{j_1}, \dots, x_{j_n})$ ֆունկցիան, որտեղ $j_k = S^{-1}(k)$, $k = \overline{1, n}$,
 $S = (i_1, i_2, \dots, i_n)$:

11ա. Եթե $(\omega_1, \dots, \omega_m)$ և $(\omega_{m+1}, \dots, \omega_n)$ հավաքները
 թույլատրելի են, ապա $(\omega_1, \dots, \omega_m, \omega_{m+1}, \dots, \omega_n)$ հավաքը
 նույնպես թույլատրելի է:

Ապացույց: Դիցուք $(\omega_1, \dots, \omega_m)$ և $(\omega_{m+1}, \dots, \omega_n)$ հավաքները
 թույլատրելի են, որոնց համապատասխանում են $\phi(x_1, \dots, x_m)$ և
 $\varphi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ ֆունկցիաները: Այդ դեպքում ակնհայտ է, որ
 $(\omega_1, \dots, \omega_m, \omega_{m+1}, \dots, \omega_n)$ հավաքին կհամապատասխանի
 $f(\tilde{x}) = \phi(x_1, \dots, x_m) \oplus \varphi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ ֆունկցիան:

12ա. Դիցուք $(\omega'_1, \dots, \omega'_{n-1})$ և $(\omega''_1, \dots, \omega''_{n-1})$ հավաքները
 թույլատրելի են, իսկ $\phi(x_1, \dots, x_{n-1})$ -ը և $\varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ -ը՝ նրանց
 համապատասխան ֆունկցիաները: Այդ դեպքում
 $(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n)$ -ը նույնպես թույլատրելի է, որտեղ
 $\omega_i = 1/2(\omega'_i + \omega''_i)$, $i = \overline{1, n-1}$, $\omega_n = \|\phi \oplus \varphi\|$:

Ապացույց: Դիտարկենք հետևյալ ֆունկցիան.
 $f(\tilde{x}) = x_n \phi(x_1, \dots, x_{n-1}) \oplus \bar{x}_n \varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$: Հեշտ է համոզվել, որ
 այն $(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n)$ հավաքին համապատասխանող ֆունկցիա է:

Նկատենք, որ ցանկացած $(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n)$ թույլատրելի
 հավաքի համար, որին համապատասխանում է $f(x_1, \dots, x_n)$
 ֆունկցիան, գոյություն ունեն $(\omega'_1, \dots, \omega'_{n-1})$ և $(\omega''_1, \dots, \omega''_{n-1})$
 թույլատրելի հավաքներ՝ իրենց համապատասխան $\phi(x_1, \dots, x_{n-1})$
 և $\varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ ֆունկցիաներով այնպես, որ
 $f(\tilde{x}) = x_n \phi(x_1, \dots, x_{n-1}) \oplus \bar{x}_n \varphi(x_1, \dots, x_{n-1})$ և $\omega_i = 1/2(\omega'_i + \omega''_i)$,
 $i = \overline{1, n-1}$, $\omega_n = \|\phi \oplus \varphi\|$: Դրա համար բավական է ընդունել՝
 $\phi(x_1, \dots, x_{n-1}) = f(x_1, \dots, x_{n-1}, 1)$, $\varphi(x_1, \dots, x_{n-1}) = f(x_1, \dots, x_{n-1}, 0)$:

Դիտողություն: 12ա հատկությունը սկզբունքորեն հնարավորություն է տալիս նշել թույլատրելի հավաքների բազմությունը կառուցելու ալգորիթմ: Այդ ալգորիթմը կարելի է նկարագրել ինդուկտիվորեն հետևյալ կերպ.

Բազիսը: Միաչափ թույլատրելի հավաքներն են (0)-ն և (1)-ը:

Ինդուկցիոն քայլը: Դիցուք կառուցված են $n-1$ չափանի բոլոր թույլատրելի հավաքները: Այդ դեպքում նրանց բոլոր հնարավոր զույգերից 12ա հատկության կիրառմամբ կարելի է կառուցել բոլոր n չափանի թույլատրելի հավաքները:

Նկատենք, որ նշված ալգորիթմի բարդության պատճառով նրա գործնական կիրառության ոլորտները սահմանափակ են:

Խնդիրներ 1. Հաշվել հետևյալ ֆունկցիաների նորմաները.

$$1.1. \overline{x_1 x_2 x_3 (x_4 v x_5 \bar{x}_6)}$$

$$1.2. \overline{x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 x_6 x_7}$$

$$1.3. x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7$$

$$1.4. x_1 v x_2 (x_3 v x_4 (x_5 v \dots v x_{n-2} (x_{n-1} v x_n) \dots))$$

2. Հաշվել ֆունկցիաների արգումենտների նշված համախմբերի ակտիվությունները

$$2.1. f = (x_1 v x_2) \oplus (x_3 v x_4 (x_5 v \bar{x}_6 \bar{x}_7))$$

$$\omega_{1,2}^f, \omega_3^f, \omega_4^f, \omega_{4,5}^f, \omega_{4,5,6,7}^f$$

$$2.2. f = x_1 x v x_3 x_4 \dots x_n$$

$$\omega_1^f, \omega_2^f, \omega_{1,2}^f, \omega_3^f, \omega_{3,4,\dots,n}^f, \omega_{1,2,\dots,n}^f$$

3. Ապացուցել հետևյալ պնդումները.

$$3.1. (1/2, 1/2, 1/2) \text{ հավաքը թույլատրելի է,}$$

$$3.2. (1/2, 1/8, 1) \text{ հավաքը թույլատրելի չէ,}$$

$$3.3. (1/4, 1/4, 1/4) \text{ հավաքը թույլատրելի է:}$$

$$3.4. \text{Եթե } (\omega_1, \dots, \omega_{i-1}, \omega_i, \omega_{i+1}, \dots, \omega_n) \text{ հավաքը թույլատրելի է, ապա}$$

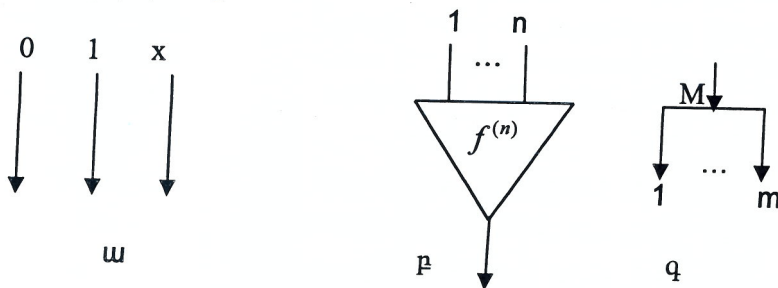
$$(\omega_1, \dots, \omega_{i-1}, 1 - \omega_i, \omega_{i+1}, \dots, \omega_n)$$

հավաքը նույնպես թույլատրելի է:
ԳԼՈՒԽ 2. ԹՎԱՅԻՆ ԱՒԵՄԱՆԵՐ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ
ALEX ԼԵԶՎՈՎ

2.1. Թվային սխեմայի գաղափարի ճշտումը

Ճարտարագիտական պրակտիկայում թվային են անվանում այն սխեմաները, որոնց մուտքերին ազդանշաններ են տրվում $E = \{0,1\}$ բազմությունից, և ելքերում առաջանում են համապատասխան ազդանշաններ դարձյալ այդ նույն բազմությունից: Թվային սխեմայի հասկացության կարևոր տարբերակներից է, այսպես կոչված, տրամաբանական սխեմայի հասկացությունը, որի ճշտումը մենք կդիտարկենք ստորև: Ճշտումը կկատարենք աստիճանաբար. սկզբից կքննարկենք մեկ ելք ունեցող տրամաբանական (կոմբինացիոն) սխեմայի դեպքը, այնուհետև՝ շատ ելքեր ունեցողները, ի վերջո՝ տրամաբանական և հիշող տարրերից բաղկացած սխեմաները:

Եվ այսպես, սկսենք մեկ ելք ունեցող սխեմայից: Նախապես թվարկենք (առանց սահմանման) այն միջոցները, որոնք անհրաժեշտ են մեկ ելք ունեցող տրամաբանական սխեմայի սահմանման համար: Դրանք են՝ տարրական սխեմաները (նկ.2.1ա), ֆունկցիոնալ տարրը (նկ.2.1բ) և ճյուղավորման տարրը (նկ.2.1գ):



Նկ.2.1

Տարրական սխեմաներից առաջինը մեկնաբանվում է իբրև մի սարք, որի ելքում ժամանակի ցանկացած դիսկրետ պահին առաջանում է "0" ազդանշանը, այսինքն՝ իրականացնում է 0 հաստատումն ֆունկցիան, երկրորդը՝ 1 հաստատումն

ֆունկցիան, երրորդը՝ x նույնական ֆունկցիան: Ֆունկցիոնալ տարրը իրականացնում է n փոփոխականի բուլյան ֆունկցիա: $f(x_1, \dots, x_n)$ բուլյան ֆունկցիան իրականացնող ֆունկցիոնալ տարրը մենք կնշանակենք $f^{(n)}$ -ով: Ճյուղավորման տարրը մեկնաբանվում է որպես մի սարք, որի մուտքին տրված z ($z \in \{0, 1, x\}$) ազդանշանը նրա ելքերում «տիրաժավորվում» է, այսինքն, եթե նրա մուտքին ժամանակի t պահին տրվում է z ազդանշանը, ապա այդ նույն պահին նրա բոլոր ելքերում առաջանում է z ազդանշանը:

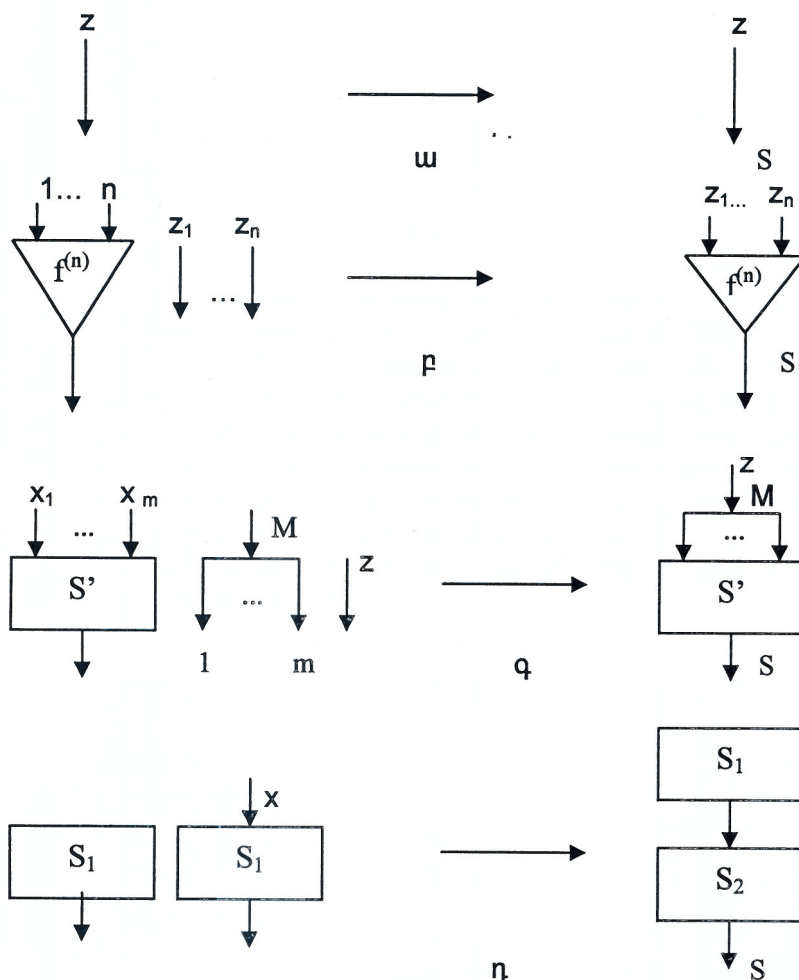
Առաջիկայում, հատուկ առարկությունների բացակայության դեպքում, կարծության համար մեկ ելք ունեցող ֆունկցիոնալ սխեման պարզապես կանվանենք սխեմա: Բերենք սխեմայի ինդուկտիվ սահմանումը:

Սահմանում 2.1: Բազիս: 1. Ցանկացած տարրական սխեմա սխեմա է (նկ.2.2,ա) : 0 և 1 տեսքի սխեմաները մուտքեր չունեն, իսկ այդ տարրական սխեմաների ելքերը համապատասխան սխեմաների ելքերն են: x տեսքի սխեմայի մուտքը x տարրական սխեման է, ելքը՝ այդ տարրական սխեմայի ելքը:

2. Եթե $z_1, \dots, z_n$ տարրական սխեմաներ են, $f^{(n)}$ -ը՝ ֆունկցիոնալ տարր, ապա $z_1, \dots, z_n$ -երի ելքերը $f^{(n)}$ -ի համապատասխան մուտքերի հետ նույնացնելուց առաջացած կառույցը (նկ.2.2,բ) սխեմա է: Հիշյալ տարրական սխեմաներից x տեսք ունեցողները կոչվում են այդ սխեմայի մուտքեր, իսկ $f^{(n)}$ -ի ելքը՝ նրա ելքը:

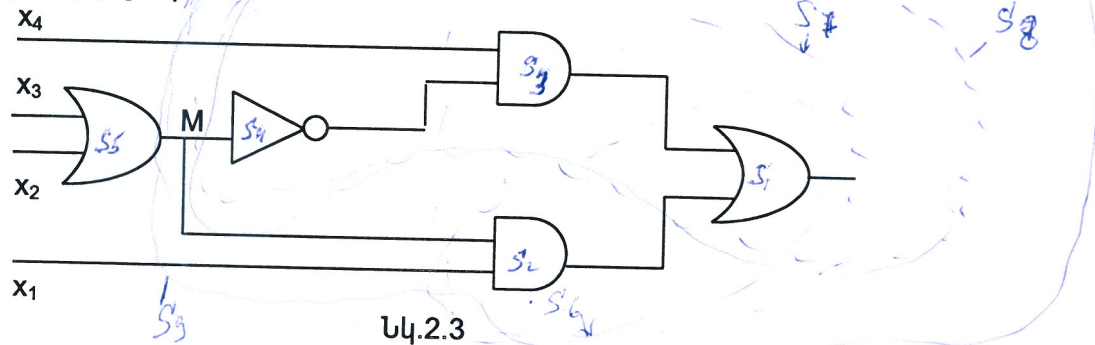
Ինդուկցիոն քայլ: 1. Դիցուք սահմանված է S' սխեման, որն ի թիվս այլ մուտքերի, պարունակում է նաև $x_1, \dots, x_m$ մուտքերը: Դիցուք z -ը տարրական սխեմա է, M_i -ն (M_i -ն S' -ում չի պարունակվում)՝ m ելք ունեցող ճյուղավորման տարր: Նշված օբյեկտներից նկ.2.2,գ -ում նշված եղանակով կառուցված S կառույցը նույնպես սխեմա է: S -ի մուտքերն են S' -ի բոլոր մուտքերը, բացի $x_1, \dots, x_m$ -երից, և z -ը, եթե այն x տեսքի է, իսկ ելքը S' -ի ելքն է:

2. Դիցուք սահմանված են իրար հետ հատում չունեցող S_1 և S_2 սխեմաները, որտեղ S_2 -ը պարունակում է x մուտքը: S_1 -ի ելքը S_2 -ի x մուտքի հետ նույնացնելուց առաջացած S կառույցը (Նկ.2.2,դ) նույնպես սխեմա է: Նրա մուտքերն են S_1 -ի և S_2 -ի բոլոր մուտքերը՝ բացառությամբ x -ի, ելքը՝ S_2 -ի ելքը:



Նկ.2.2

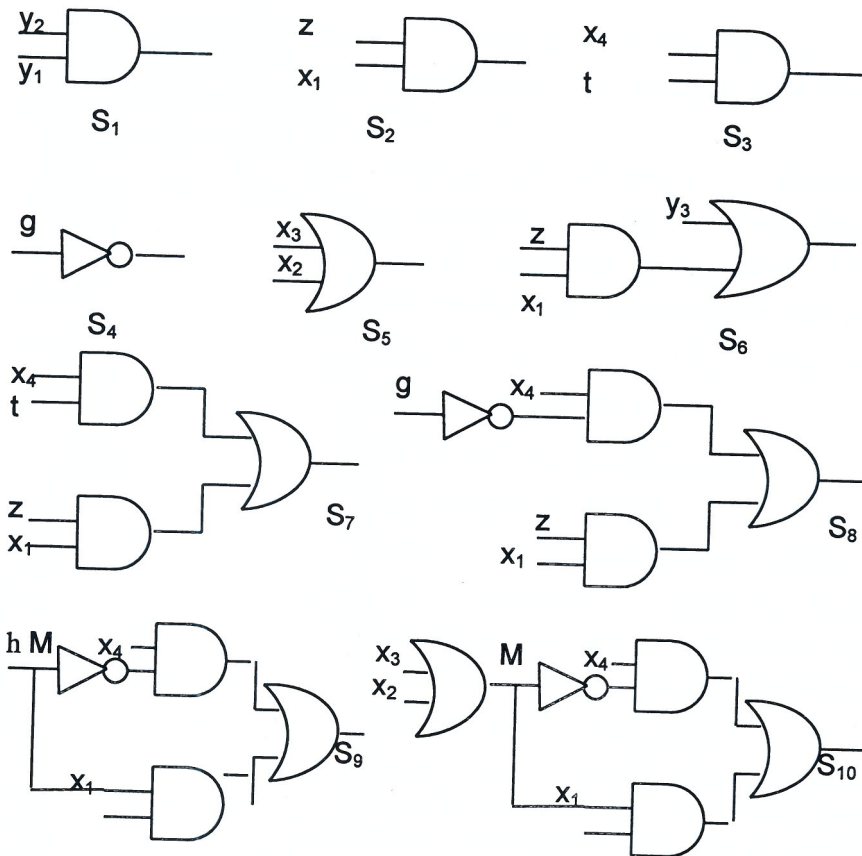
Բերված սահմանման հիման վրա ցույց տանք, որ նկ.2.3-ում պատկերվածը սխեմա է: Այդ սխեմայի կառուցման ընթացքը ցուցադրենք նկ.2.4-ում պատկերված միջանկյալ սխեմաների կառուցմամբ, որոնցից վերջինը համընկնում է նկ.2.3-ում պատկերվածի հետ:



Նկ.2.3

Ըստ սխեմայի սահմանման բազիսի 2-րդ կետի S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 կառույցները սխեմաներ են: Ըստ ինդուկցիոն քայլի 2-րդ կետի S_6 -ը և S_7 -ը նույնպես սխեմաներ են, որոնք համապատասխանաբար ստացվում են S_1 -ից ու S_2 -ից և S_3 -ից ու S_6 -ից: Այնուհետև, ինդուկցիոն քայլի նույն 2-րդ կետի կիրառմամբ S_4 -ից ու S_7 -ից ստացվում է S_8 -ը: Ինդուկցիոն քայլի 1-ին կետի համաձայն S_8 -ից ստացվում է S_9 -ը: Վերջապես, ինդուկցիոն քայլի 2-րդ կետի համաձայն S_5 -ից ու S_9 -ից ստացվում է վերջնական արդյունքը՝ S_{10} -ը, որը համընկնում է նկ.2.3-ում պատկերվածի հետ:

Այս սխեման պետք է ընկեր $\Rightarrow$



Նկ.2.4

2.2. Սխեմայի նկարագրությունը Alex լեզվով

Այժմ անդրադառնանք *Alex* լեզվով սխեմայի նկարագրության (գրառման) սահմանման հարցին: S սխեմայի գրառումը *Alex* լեզվով նշանակենք $h(S)$ -ով:

Սահմանում 2.2: Բազիս: 1.Եթե S -ը z ($z = 0, 1, x$) տարրական սխեման է, ապա $h(S) = z(0)$: